ΦΥΣΙΚΗ

ΔΙΑΛΕΞΗ 2:
ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΚΒΑΝΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗ

Διδάσκων
Ευθύμιος Τάγαρης
Φυσικός, Δρ Περιβαλλοντικών Επιστημών

ΥΠΟΘΕΣΗ DE BROGLIE

Αφού τα φωτόνια έχουν κυματικά και σωματιδιακά χαρακτηριστικά, κάθε μορφή ύλης μπορεί να έχει κυματικές και σωματιδιακές ιδιότητες

<u>Σωματίδιο μάζας m που κινείται με ταχύτητα u</u>

$\lambda = h/(mu)$

Τα κινούμενα σωματίδια άλλοτε συμπεριφέρονται σαν κύματα και άλλοτε σαν σωματίδια.

Κριτήριο “επιλογής”

Μήκος κύματος και διαστάσεις σωματιδίου που αλληλεπιδρά

Παράδειγμα

Μπάλα τένις, u=65Km/h, $\lambda=10^{-33}$m

Ηλεκτρόνιο, $\lambda=10^{-10}$m (διαστάσεις ατόμου)

Γενικά, στα κύματα μεταβάλλεται κάποιο μέγεθος περιοδικά
Θάλασσα: ύψος
Ηχητικά: πίεση
Ηλεκτρομαγνητικά: πεδία

Στα κύματα ύλης??????????

Κυματοσυνάρτηση Ψ(χ,y,z,t)
Συνδέει την πιθανότητα να βρεθεί το σωματίδιο στη θέση (χ,y,z) την t

Κύματα μεταβολή ±Α
Πιθανότητα 0 - 1
Ψ -------$Ψ^2$: Πιθανότητα ύπαρξης σωματιδίου στο συγκεκριμένο χωρόχρονο

Επειδή το σωματίδιο σίγουρα θα βρίσκετε κάπου στο χώρο

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi|^2 dV = 1$$

Αν σωματίδιο κινείται στον XX' : Πιθανότητα εύρεσης στο διάστημα $X_1 - X_2$:

$$\Pi\iota\theta\alpha\nu\acute{o}\tau\eta\tau\alpha = \int_{X1}^{X2} |\Psi|^2 d\mathrm{X}$$

Αναμενόμενη τιμή (μέση θέση του σωματιδίου):

$$\langle X \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} X|\Psi|^2 dX$$

Πως προκύπτει η κυματοσυνάρτηση Ψ;

Εξίσωση Schrodinger

Σε μια διάσταση

$$i\frac{h}{2\pi}\frac{\vartheta\Psi}{\partial t} = -\frac{\left(\frac{h}{2\pi}\right)^2}{2m}\frac{\vartheta^2\Psi}{\vartheta x^2} + V\Psi$$

Σε τρεις διαστάσεις

$$i\frac{h}{2\pi}\frac{\vartheta\Psi}{\partial t} = -\frac{\left(\frac{h}{2\pi}\right)^2}{2m}\left(\frac{\vartheta^2\Psi}{\vartheta x^2} + \frac{\vartheta^2\Psi}{\vartheta y^2} + \frac{\vartheta^2\Psi}{\vartheta z^2}\right) + V\Psi$$

όπου V δυναμική ενέργεια (V(x,y,z,t))

Αν η δυναμική ενέργεια ανεξάρτητη του χρόνου (V(x,y,z))

Σε μια διάσταση

$$\frac{\vartheta^2\Psi}{\partial x^2}+\frac{2m}{\left(\frac{h}{2\pi}\right)^2}(E-V)\Psi=0$$

Σε τρεις διαστάσεις

$$\frac{\vartheta^2\Psi}{\partial x^2}+\frac{\vartheta^2\Psi}{\partial y^2}+\frac{\vartheta^2\Psi}{\partial z^2}+\frac{2m}{\left(\frac{h}{2\pi}\right)^2}(E-V)\Psi=0$$

όπου Ε ολική ενέργεια

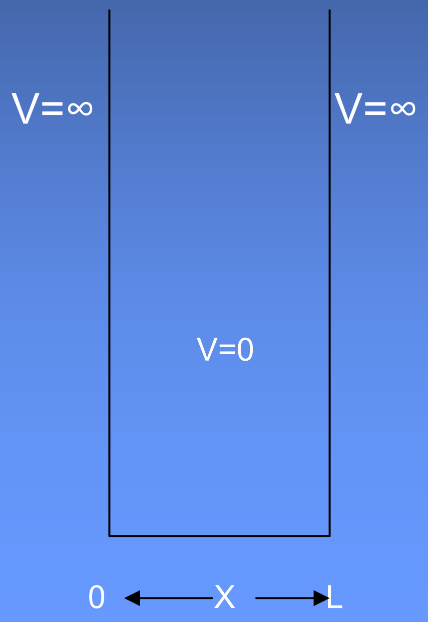
ΣΩΜΑΤΙΔΙΟ ΣΕ ΚΟΥΤΙ

Τοιχώματα αδιαπέραστα

Ελαστική κρούση

V άπειρη εκτός

V μηδέν εντός



$\Psi=0$ για $\chi\leq 0,\ \chi\geq L$

Κλασική άποψη: Το σωματίδιο μπορεί να έχει οποιαδήποτε τιμή ενέργειας

Κβαντική λύση:

Επειδή V=0

$$\frac{\vartheta^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\left(\frac{h}{2\pi}\right)^2} E\Psi = 0$$

Η λύση της δίνει

$$\Psi = A\sin\frac{\sqrt{2mE}}{\frac{h}{2\pi}}x + B\cos\frac{\sqrt{2mE}}{\frac{h}{2\pi}}x$$

όπου A και B σταθερές

Στο X=0, Ψ =0 ……..**B=0**

$$\Psi = A\sin\frac{\sqrt{2mE}}{\frac{h}{2\pi}}x$$

Στο X=L, Ψ=0………

$$E_n = \frac{n^2\pi^2\left(\frac{h}{2\pi}\right)^2}{2mL^2}$$

Αντικαθιστώντας E_n στην Ψ έχουμε:

$$\Psi_n = A \sin \frac{n\pi}{L} x$$

Επειδή

$$\int_0^L \left| \Psi_n \right|^2 dx = 1$$

……………………………

$$A = \sqrt{\frac{2}{L}}$$

Τελικά: $$\Psi_n = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n\pi}{L} x$$

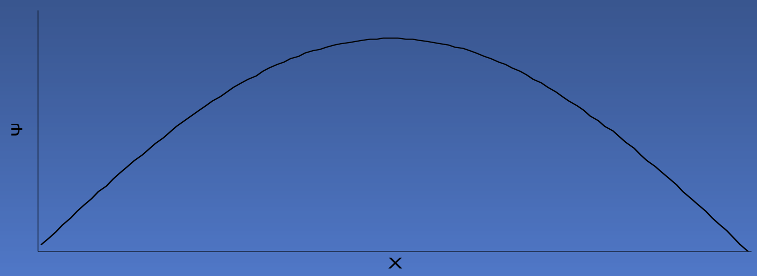
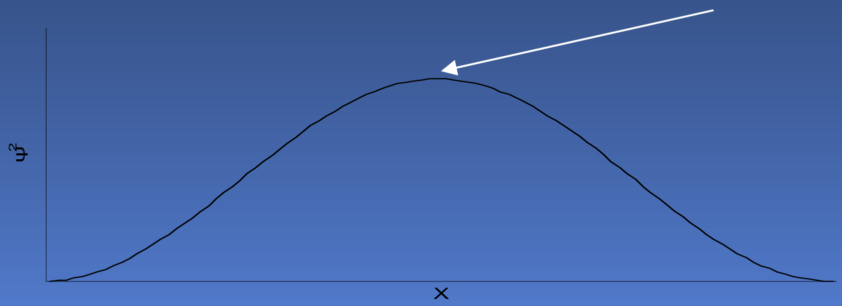
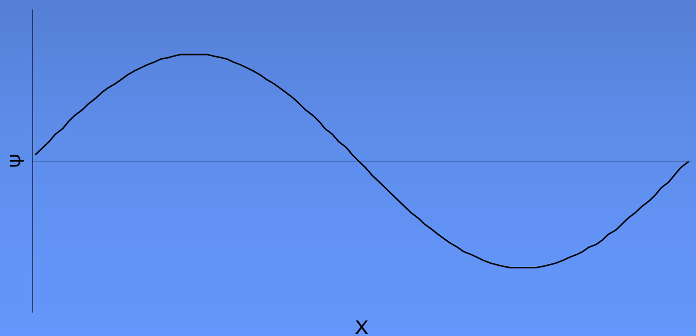
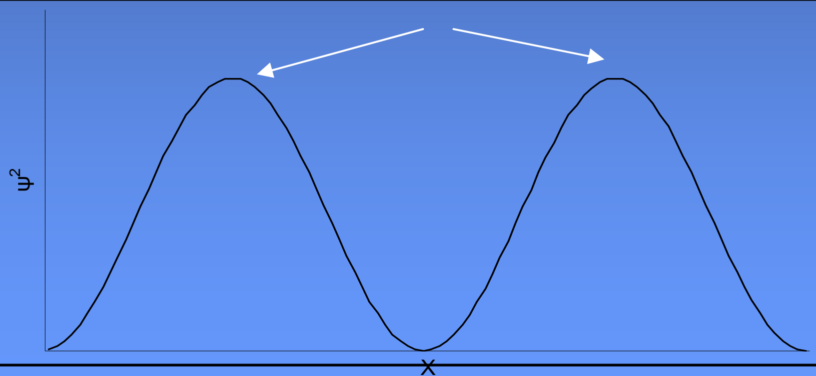
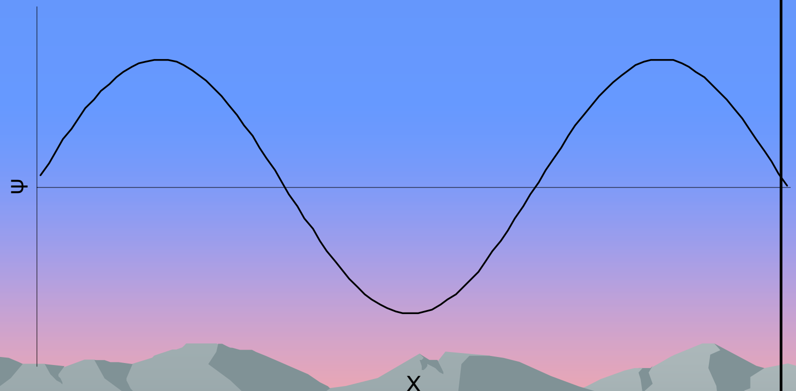
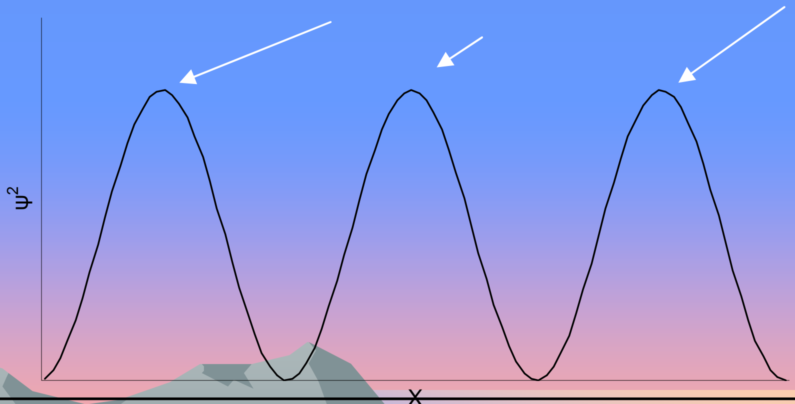
$$n = 1,2,3 \ldots$$

Για n=1

$$E_1 = \frac{\pi^2 \left(\frac{h}{2\pi} \right)^2}{2mL^2}$$

Έτσι:

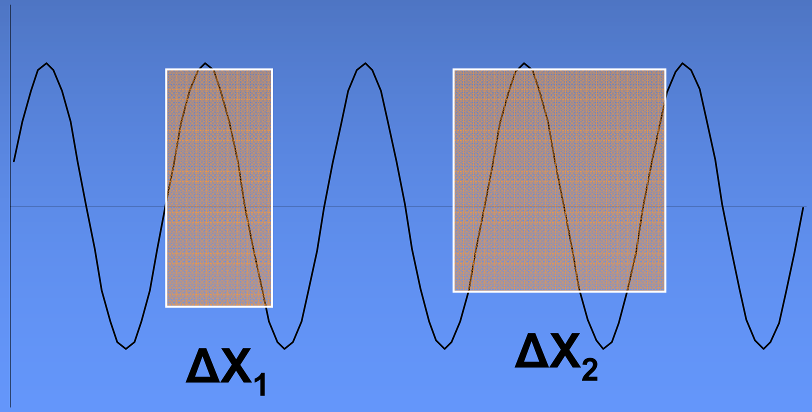
$$E_n = n^2 E_1$$

n	$\Psi n \quad 0<\chi<L$	$\lvert\Psi n\rvert^2 \quad 0<\chi<L$
1		
2		
3		

ΑΡΧΗ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ

1. Απροσδιοριστία θέσης – ορμής (Heisenberg)

$\Delta p\ \Delta \chi \geq h/(4\pi)$



“Στενό” πακέτο (ΔX_1)

Ακριβής προσδιορισμός θέσης

Ανακριβής προσδιορισμός λ άρα και ορμής (λ=h/mu)

“Φαρδύ” πακέτο (ΔX_2)

Ακριβής προσδιορισμός λ άρα και ορμής (λ=h/mu)

Ανακριβής προσδιορισμός θέσης

2. Απροσδιοριστία ενέργειας – χρόνου

Ενέργεια ΔΕ εκλύεται σε Δt

$$\Delta E\ \Delta t \geq h/(4\pi)$$

Μείωση Δt αύξηση αβεβαιότητας ενέργειας